

# В основе

**математики**



**число, переменная**

**ЛОГИКИ**



**высказывание**

*(логическая переменная)*

1. Сколько различных чисел существует?
2. Сколько различных переменных существует?
3. Какие значения могут принимать логические переменные?

**ИСТИНА = 1**

**ЛОЖЬ = 0**

Над **числами и переменными** мы производим арифметические действия.



Над **переменными** – алгебраические преобразования.



Над **высказываниями** (логическими переменными) мы можем производить ...?

**... логические операции**

# Логические операции –

это действия с высказываниями, в результате которых получаются новые высказывания



Сложное высказывание строится из простых с помощью **логических операций** (связок).

# КОНЪЮНКЦИЯ

## (логическое умножение)

На естественном языке союзы:

И (AND), А, НО, ХОТЯ

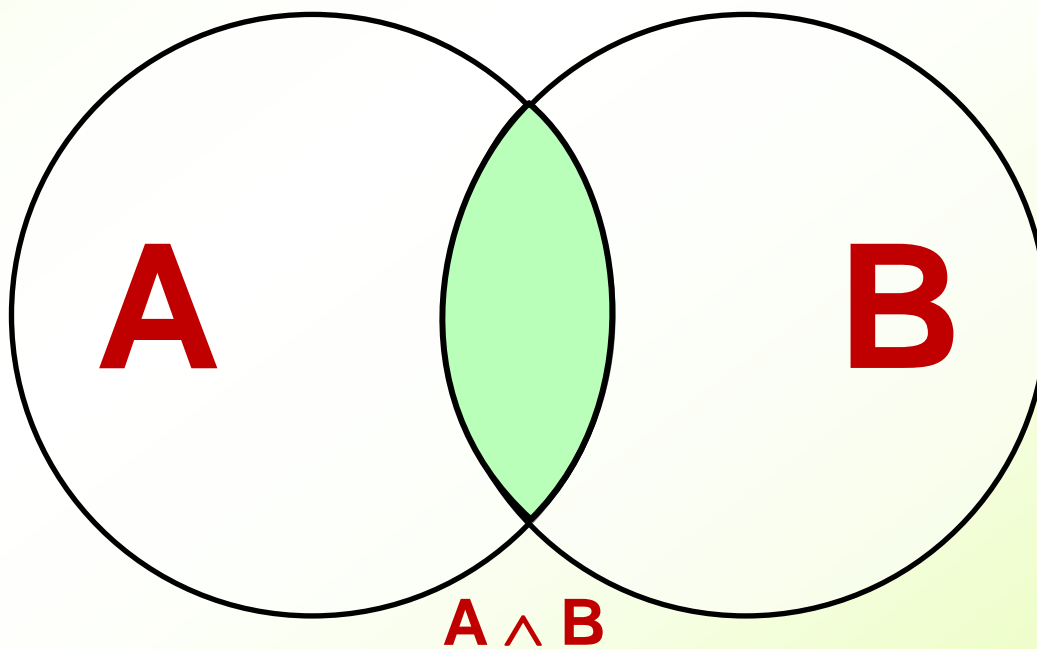
На формальном языке (алгебры логики):  $\&$ ,  $\wedge$

Примеры:  $A \wedge B$

В прямоугольнике противоположные стороны равны **И** параллельны **1**

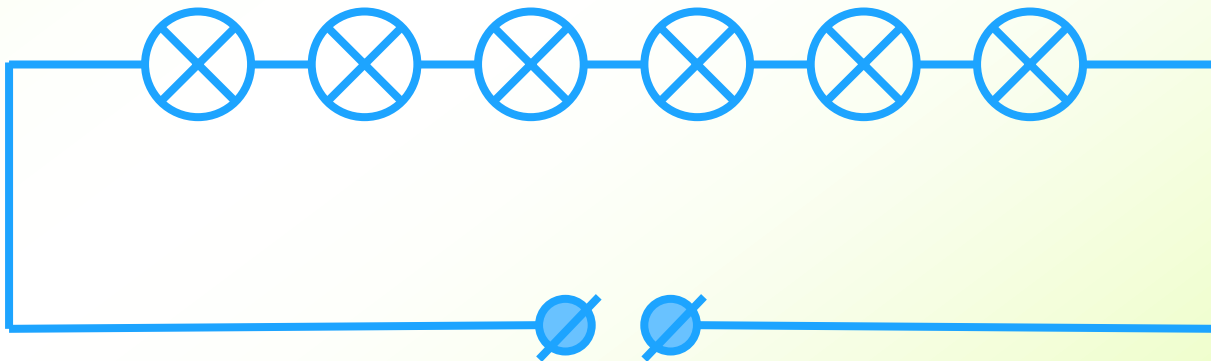
В прямоугольнике противоположные стороны равны **И** пересекаются **0**

**Конъюнкция** выполняет функцию **пересечения** двух высказываний (аргументов), в качестве которых может быть как простое, так и сложное высказывание.



**Конъюнкцию** можно сравнить

с **последовательным соединением** лампочек в гирлянде: если одна перегорит, то цепь будет разомкнута, то есть гирлянда не работает.



# КОНЪЮНКЦИЯ (логическое умножение)

## Таблица истинности

A	B	$F = A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



# КОНЪЮНКЦИЯ (логическое умножение)

A	B	$F = A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Вывод: результат конъюнкции истинен, когда истинны оба аргумента.

# ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое сложение)

На естественном языке союзы:

ИЛИ (OR)

На формальном языке (алгебры логики):  $\vee$

Примеры:  $A \vee B$

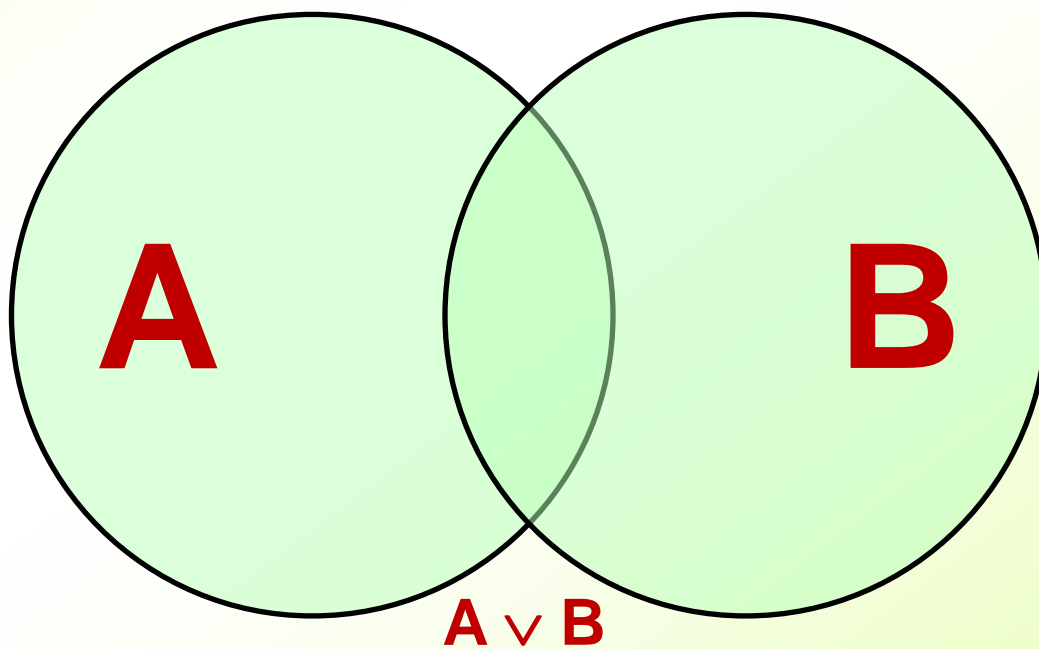
Все положительные числа больше отрицательных **или** больше 0.

1

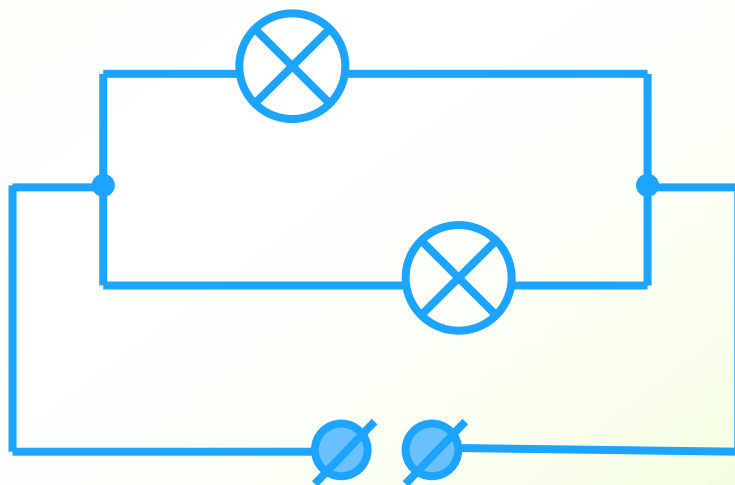
Все положительные числа больше 1 **или** больше 0.

1

**Дизъюнкция** выполняет функцию **объединения** двух высказываний (аргументов), в качестве которых может быть как простое, так и сложное высказывание.



**Дизъюнкцию** можно сравнить с **параллельным соединением** лампочек в гирлянде: она светит, пока горит хотя бы одна лампочка.



# ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое сложение)

## Таблица истинности

A	B	$F = A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое сложение)

A	B	$F = A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Вывод: результат дизъюнкции ложный, когда ложны оба аргумента.

# РЕШИМ ЗАДАЧИ

Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя логические связки «И», «ИЛИ»:

1. Марина старше Светы. Оля старше Светы.
2. Одна половина класса изучает английский язык. Вторая половина класса изучает немецкий язык.
3. В кабинете есть учебники. В кабинете есть справочники.
4. Слова в этом предложении начинаются на букву Ч. Слова в этом предложении начинаются на букву А.
5. Часть туристов любит чай. Остальные туристы любят молоко.
6. Синий кубик меньше красного. Синий кубик меньше зеленого.
7.  $X = 3$ ,  $X > 2$ .

# РЕШИМ ЗАДАЧИ

Разбейте на простые высказывания  
и определите истинность каждого высказывания:

1. Приставка есть часть слова, и она пишется отдельно со словом.
2. Суффикс есть часть слова, и он стоит после корня.
3. Родственные слова имеют общую часть, и они сходны по смыслу.
4. Рыбу ловят сачком или ловят крючком, или мухой приманивают, иль червячком.
5. Буква «а» - первая буква в слове «аист» или «сова».
6. Луна – планета или  $2+3=5$ .
7. Данное число четно или число, больше его на единицу, четно.



# РЕШИМ ЗАДАЧИ

Сформулируйте высказывания на обычном языке для следующих логических выражений:

1.  $(X = 12) \text{ и } (Y = 12) \text{ и } (Z = 12)$ ;
2.  $(X < 0) \text{ и } (Y > 0) \text{ или } (Y < 0) \text{ и } (X > 0)$ ;
3.  $(X \times Y < 0) \text{ и } (X \times Z > 0)$ ;
4.  $(X \times Y \times Z < 0) \text{ и } (X \times Y > 0)$ .

Определите значения логических переменных  $a, b, c, d$ , если:

1.  $a \text{ и } (\text{Марс} - \text{планета})$  – истинное высказывание;
2.  $b \text{ и } (\text{Марс} - \text{планета})$  – ложное высказывание;
3.  $c \text{ или } (\text{Солнце} - \text{спутник Земли})$  – истинное высказывание;
4.  $d \text{ или } (\text{Солнце} - \text{спутник Земли})$  – ложное высказывание

# ИНВЕРСИЯ

## (логическое отрицание)

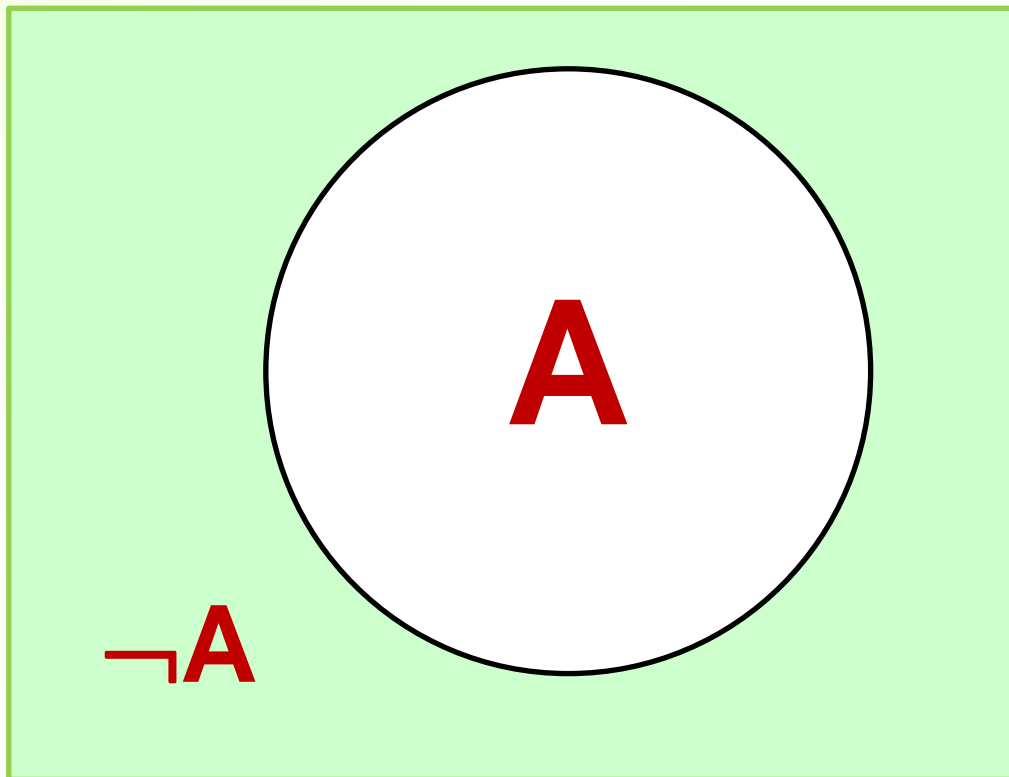
На естественном языке – частица **НЕ (NOT)**,  
иногда – оборот **«НЕВЕРНО, ЧТО»**

На формальном языке (алгебры логики):  $\bar{A}$ ,  $\neg A$

Примеры:

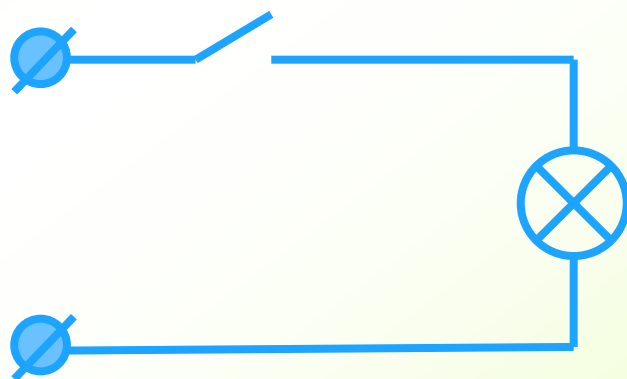
Пусть	$A$	- «На улице идет дождь»	<b>1</b>	<b>0</b>
Тогда	$\neg A$	«На улице нет дождя» или «На улице не идёт дождь»	<b>0</b>	<b>1</b>
	$\bar{A}$			

**Инверсия** выполняет функцию **дополнения** одного простого высказывания (аргумента).



**Инверсия** соответствует принципу работы переключателя настольной лампы:

если лампа горела, переключатель её выключает, и наоборот.



# ИНВЕРСИЯ (логическое отрицание)

## Таблица истинности

A	$\neg A$
0	1
1	0

# ИНВЕРСИЯ (логическое отрицание)

Определите значение логического выражения (0 или 1):

- а)  $\neg A$ , если  $A$  – «число 6 – четное»
- б)  $\neg A$ , если  $A$  – «Петр I – не был императором»
- в)  $\neg A$ , если  $A$  – «металлы проводят ток»
- г)  $\neg A$ , если  $A$  – «Москва – столица России»
- д)  $\neg A$ , если  $A$  – «идет второй урок»

# Порядок выполнения операций

## Сложные логические выражения

Обратите внимание на присутствие скобок!

Последовательность выполнения операций в логических формулах определяется старшинством операций. В порядке убывания старшинства логические операции расположены так:

***отрицание, конъюнкция, дизъюнкция.***

Кроме того, на порядок операции влияют скобки, которые можно использовать в логических формулах.

# Практическая работа

Определите, в каком порядке необходимо вычислять значение логического выражения:

$$\neg A \ \& \ \neg B$$

$$A \ \& \ (B \ \& \ C)$$

$$(A \ \& \ B) \ \vee \ (C \ \& \ \neg D)$$

$$A \ \vee \ \neg D \ \vee \ B$$

$$A \ \wedge \ B \ \wedge \ \neg A$$



# Практическая работа

Определите значение логического выражения НЕ ( $X > Z$ )  
И НЕ ( $X = Y$ ), если:

а)  $X = 3, Y = 5, Z = 2;$

б)  $X = 0, Y = 1, Z = 19;$

в)  $X = 5, Y = 0, Z = -8;$

г)  $X = 9, Y = -9, Z = 9.$