

# Раздел «Вероятность и статистика»

Е.М. Удалова. Приморский район,  
школа № 579

Теория вероятностей – математическая наука, позволяющая по вероятностям одних случайных событий находить вероятности других случайных событий, связанных каким-либо образом с первым.

(БСЭ. 3-е изд., т.4, с. 540)

## Урок № 1

### Тема урока: «События»

#### Цели урока:

1. Ввести, дать определения основных понятий теории вероятностей.
2. Первичное осмысление нового материала, умение применять при решении простейших задач.
3. Развитие умения сравнивать, обобщать, выявлять закономерности.
4. Развитие элементов творческой деятельности.

## Ход урока

### Вводная беседа. Кое-что из прошлого теории вероятностей

Еще первобытный вождь понимал, что у десятка охотников вероятность поразить копьём мамонта гораздо больше, чем у одного. Поэтому и охотились тогда коллективно.

Неосновательно было бы думать, что такие древние полководцы, как Александр Македонский или Дмитрий Донской, готовясь к сражению, уповали только на доблесть и искусство воинов. Несомненно, они на основании наблюдений и опыта военного руководства умели как-то оценить вероятность своего возвращения со щитом или на щите, знали, когда принимать бой, когда уклониться от него. Они не были рабами случая, но вместе с тем они были еще очень далеки от теории вероятностей.

Позднее, с опытом, человек все чаще стал взвешивать случайные события, классифицировать их исходы как невозможные, возможные и достоверные. Он заметил, что случайностями не так уж редко управляют объективные закономерности. Простейший опыт – подбрасывают монету. Выпадение герба или цифры, конечно, чисто случайное явление. Но при многократном подбрасывании обычной монеты можно заметить, что появление герба происходит примерно в половине случаев.

Кто и когда впервые проделал опыт с монетой, неизвестно. Французский естествоиспытатель Ж. Л. Л. Бюффон (1707 – 1788) в восемнадцатом столетии 4040 раз подбрасывал монету – герб выпал 2048 раз. Математик К. Пирсон в начале прошлого столетия подбрасывал ее 24000 раз – герб выпал 12012 раз. Лет 40 назад американские экспериментаторы повторили опыт: при 10000 подбрасываний герб выпал 4979 раз. Значит, результаты бросаний монеты, хотя каждое из них и является случайным событием, при неоднократном повторении подвластны объективному закону.

Наиболее интересные для начинающих задачи теории вероятностей возникли в области азартных игр. Этому, по-видимому, способствовало наличие таких «наглядных пособий», как монета и игральный кубик. Формированию основ теории вероятностей

способствовали также выяснение длительности жизни, подсчет населения, вес новорожденных, пол новорожденных, практика страхования.

Впервые основы теории вероятностей были изложены последовательно французским математиком П. Лапласом (1749 – 1827) в книге «Аналитическая теория вероятностей». В предисловии автор писал: «Замечательно, что наука, которая началась с рассмотрения азартных игр, обещает стать наиболее важным объектом человеческого знания... Ведь по большей части важнейшие жизненные вопросы являются на самом деле лишь задачами теории вероятностей».

## События

Человека окружает мир событий. Он часто замечает такой факт:

- ✓ одно событие при данных условиях обязательно происходит, достоверное событие;

например, при нагревании проволоки ее длина увеличилась; при температуре ниже 0 °С вода превратилась в лед; после четверга наступила пятница;

- ✓ есть и такие события, которые в данных условиях произойти не могут, такие события называют невозможными;

например, запись трехзначного числа из цифр 1, 2, 3 и кратного 5;

вода в реке замерзла при температуре +25° С;

- ✓ другие же события при одних и тех же условиях могут произойти, а могут и не произойти, случайные события,

например, при телефонном звонке абонент оказался занят; при бросании игрального кубика выпало 2 очка.

В теории вероятностей рассматривается следующая модель изучаемых явлений реальной жизни:

делается *опыт* (испытание),

в результате происходят *случайные события*.

Например, бросили монету и посмотрели, что выпало, – это *опыт*. В результате этого опыта может выпасть герб – это одно событие, а может выпасть цифра – это другое событие. Поскольку выпадение герба зависит от случая, то это *случайное событие*.

## **Упражнения**

1. Какие из следующих событий *достоверные*:

А – «два попадания при трех выстрелах»,

В – «выплата рубля шестью монетами»,

С – «наугад выбранное трехзначное число не больше 1000»,

Е – «наугад выбранное число, составленное из цифр 1, 2, 3 без повторений, меньше 400»?

2. Какие из следующих событий *невозможные*:

А – «появление 17 очков при бросании 3 игральных кубиков»,

В – «появление слова "мама" при случайном наборе букв а, а, м, м»,

С – «появление составленного из цифр 1, 2, 3, 7, 8 и кратного 9 числа при случайном однократном наборе указанных цифр»,

Д – «появление составленного из цифр 1, 2, 3, 7, 8 и кратного 3 числа при случайном однократном наборе указанных цифр»?

3. Укажите *достоверные, невозможные и случайные* события:

А – «выплата 100 рублей двумя купюрами»,

В – «попадание в мишень при трех выстрелах»,

С – «выпадение семерки при бросании игрального кубика»?

Далее решаются задачи главы 3 № 77, № 79, № 78 из пособия «Математика, дополнительные главы. 7 класс» Е.В. Смыкаловой.

## Совместные и несовместные события

Рассмотрим пример. Игральный кубик бросают на стол и смотрят, сколько выпало очков. При этом могут произойти следующие события:

- $A_1$  – «выпало 1 очко»,
- $A_2$  – «выпало 2 очка»,
- $A_3$  – «выпало 3 очка»,
- $A_4$  – «выпало 4 очка»,
- $A_5$  – «выпало 5 очков»,
- $A_6$  – «выпало 6 очков»,
- $A_7$  – «число выпавших очков простое»,
- $A_8$  – «число выпавших очков делится на 3»,
- $A_9$  – «число выпавших очков четно»,
- $A_{10}$  – «число выпавших очков нечетно».

Можно заметить, что события  $A_9$  и  $A_{10}$  не могут произойти одновременно, а события  $A_5$  и  $A_7$  могут.

Два события, которые в данных условиях могут происходить одновременно, называют совместными, а те, которые не могут происходить одновременно, – несовместными.

Например, события «пошел дождь» и «наступило утро» являются совместными, а события «наступило утро» и «наступила ночь» – несовместными.

### **Упражнения**

1. Среди событий, связанных с одним бросанием игрального кубика  $A_1$  –  $A_{10}$ , найти пары совместных и пары несовместных событий.

2. Среди данных пар событий указать, какие являются совместными, а какие – несовместными:

- 1) В сыгранной Катей и Славой партии в шахматы
  - Катя выиграла, Слава проиграл;
  - Катя проиграла, Слава проиграл;
- 2) Брошен игральный кубик, на верхней грани оказалось
  - 6 очков, 5 очков;
  - 6 очков, четное число очков;
- 3) Из набора домино вынута одна костяшка, на ней
  - одно число очков больше 3, другое число 5;
  - одно число не меньше 6, другое число не больше 6;
  - одно число 2, сумма обоих чисел равна 9;
  - оба числа больше 3, сумма чисел равна 7;

3. Из событий «идет дождь», «на небе нет ни облачка», «наступило лето» – составить всевозможные пары и выявить среди них пары совместных и пары несовместных событий.

4. Из событий «наступило утро», «сегодня по расписанию 6 уроков», «температура воздуха в Санкт-Петербурге  $+20^\circ\text{C}$ » – составить всевозможные пары и выявить среди них пары совместных и пары несовместных событий.

## Равновозможные события

Рассмотрим группы событий:

- 1) «появление герба» и «появление цифры» при одном бросании монеты;
- 2) «появление 1 очка», «появление 2 очков», ..., «появление 6 очков» при одном бросании игрального кубика;
- 3) «падение бутерброда маслом вверх» и «падение бутерброда маслом вниз»;

4) «изъятие из набора домино дубля» и «изъятие из набора домино костяшки с разными очками».

В примерах 1 и 2 нет оснований полагать, что в наступлении одного из событий есть какое-то преимущество. Такие события называются равновозможными (равновероятными).

Примеры 3 и 4 демонстрируют образцы неравновозможных событий («более вероятно», «менее вероятно»). Действительно, бутерброд чаще падает маслом вниз из-за того, что после намазывания хлеба маслом центр тяжести бутерброда смещается из центра его симметрии в сторону слоя масла. Дублей в наборе домино всего 7, а остальных костяшек 21.

### **Упражнения**

1. Из полной колоды в 36 карт наугад вынимается одна карта. Сравнить возможность наступления случайных событий, используя выражения «более вероятно», «менее вероятно» или «равновероятные события»:

- ✓ «вынута карта красной масти» и «вынута карта черной масти»;
- ✓ «вынут король» и «вынута дама»;
- ✓ «вынута карта бубновой масти» и «вынута карта червовой масти»;
- ✓ «вынута карта пиковой масти» и «вынута карта красной масти»;
- ✓ «вынута шестерка трэф» и «вынута дама пик».

Далее решаются задачи главы 3 № 80, № 81 из пособия «Математика, дополнительные главы. 7 класс» Е.В. Смыкаловой.

### **Домашнее задание**

Пособие «Математика, дополнительные главы. 7 класс» Е.В. Смыкаловой.  
№ 76, № 82, № 83 (первая часть задания).

### **Подведение итогов урока**

Приложение (лист для учащихся).

**Упражнения 1.**

2. Какие из следующих событий *достоверные*:

- А – «два попадания при трех выстрелах»,
- В – «выплата рубля шестью монетами»,
- С – «наугад выбранное трехзначное число не больше 1000»,
- Е – «наугад выбранное число, составленное из цифр 1, 2, 3 без повторений, меньше 400»?

2. Какие из следующих событий *невозможные*:

- А – «появление 17 очков при бросании 3 игральные кубиков»,
- В – «появление слова "мама" при случайном наборе букв а, а, м, м»,
- С – «появление составленного из цифр 1, 2, 3, 7, 8 и кратного 9 числа при случайном однократном наборе указанных цифр»,
- Д – «появление составленного из цифр 1, 2, 3, 7, 8 и кратного 3 числа при случайном однократном наборе указанных цифр»?

3. Укажите *достоверные, невозможные* и *случайные* события:

- А – «выплата 100 рублей двумя купюрами»,
- В – «попадание в мишень при трех выстрелах»,
- С – «выпадение семерки при бросании игрального кубика»?

**Упражнения 2.**

1. Среди событий, связанных с одним бросанием игрального кубика  $A_1 - A_{10}$ , найти пары совместных и пары несовместных событий.

2. Среди данных пар событий указать, какие являются совместными, а какие – несовместными:

- 4) В сыгранной Катей и Славой партии в шахматы
  - Катя выиграла, Слава проиграл;
  - Катя проиграла, Слава проиграл;
- 5) Брошен игральный кубик, на верхней грани оказалось
  - 6 очков, 5 очков;
  - 6 очков, четное число очков;
- 6) Из набора домино вынута одна костяшка, на ней
  - одно число очков больше 3, другое число 5;
  - одно число не меньше 6, другое число не больше 6;
  - одно число 2, сумма обоих чисел равна 9;
  - оба числа больше 3, сумма чисел равна 7;

3. Из событий «идет дождь», «на небе нет ни облачка», «наступило лето» – составить всевозможные пары и выявить среди них пары совместных и пары несовместных событий.

4. Из событий «наступило утро», «сегодня по расписанию 6 уроков», «температура воздуха в Санкт-Петербурге +20 °С» – составить всевозможные пары и выявить среди них пары совместных и пары несовместных событий.

**Упражнения 3.**

1. Из полной колоды в 36 карт наугад вынимается одна карта. Сравнить возможность наступления случайных событий, используя выражения «*более вероятно*», «*менее вероятно*» или «*равновероятные события*»:

- 1) «вынута карта красной масти» и «вынута карта черной масти»;
- 2) «вынут король» и «вынута дама»;
- 3) «вынута карта бубновой масти» и «вынута карта червовой масти»;
- 4) «вынута карта пиковой масти» и «вынута карта красной масти»;
- 5) «вынута шестерка треф» и «вынута дама пик».